Teoría de Algoritmos – TP2

“Viaje en Tren (programación dinámica)”

Materia: 75.29 Teoría de Algoritmos

Alumno: Juan Sebastián Goldberg

Padrón: 82078

Mail: sebas.goldber@gmail.com

Fecha: 10-NOV-2014

Contenido

Contenido 2

Análisis y Diseño 3

Planteo inicial [O(n\*\*2)] 3

Resolución [O(n\*p\*log(p) + p\*\*2)] 3

Búsqueda del óptimo [O(p)] 4

Diagrama de clases 4

Justificación de órdenes del lenguaje y librerías 4

Código Fuente 5

tp2.py 5

escenario.py 6

optimo.py 11

tramo.py 11

lista\_ordenada.py 12

Análisis y Diseño

Planteo inicial [O(n\*\*2)]

n: Cantidad de ciudades.

Para resolver el problema planteado lo que se hizo fue utilizar una resolución similar al problema de la mochila.

Para comenzar se construye una matriz donde cada componente de la misma es un listado ordenado de soluciones posibles. Cada fila representa la cantidad de tramos necesarios para llegar a una determinada ciudad. Cada columna representa una ciudad.

Por lo tanto, la componente en la fila i, columna j, representa todas las soluciones que demoran menos para llegar a la ciudad j en utilizando i tramos desde cualquier otra ciudad. Con “demoran menos”, nos referimos a todas las soluciones que llegan a j en el menor tiempo posible por cada tren que llega a j.

Luego, inicialmente nuestra matriz M la cargamos de la siguiente forma:

* M[0][ciudad\_origen] = [ Optimo( horario\_llegada=hora\_inicial, tramo=Tramo( tren=None, hora\_desde=hora\_inicial, hora\_hasta=hora\_inicial, ciudad\_desde=ciudad\_origen, ciudad\_hasta=ciudad\_origen ), tiempo\_total=0), ]
* M[0][x] = []; donde x<>ciudad\_origen y x pertenece al conjunto de ciudades.

Como vemos, utizando 0 tramos, solo podemos llegar a la ciudad origen a la hora hora\_inicial (dato) sin utilizar ningún tren. Vemos que en el listado de cada componente guardamos instancias de Optimo ordenando por el horario\_llegada a ciudad\_hasta. Optimo, en realidad no representa los Optimos del problema sino las soluciones que “demoran menos” mencionadas con anterioridad. Un Optimo se compone del horario de llegada a la ciudad analizada, el tramo utilizado para llegar y el tiempo total insumido en los k pasos.

Resolución [O(n\*p\*log(p) + p\*\*2)]

n: Cantidad de ciudades; p: Cantidad de tramos

Luego resolver el problema simplemente consiste en resolver cada componente de la matriz, insertando las soluciones que “demoran menos” en el listado de cada componente.

Por ejemplo, sea M nuestra matriz, si estamos analizando la cantidad de tramos k, para llegar a la ciudad x:

* Por cada tramo t que llega a x:
  + Intentamos obtener de M[k-1][t.ciudad\_desde] (el listado de soluciones que llegan a t.ciudad\_desde utilizando k-1 tramos), la solución O que tenga horario de llegada a t.ciudad\_desde más próximo a t.horario\_desde.
  + Si no existe tal solución, continuamos analizando el siguiente tramo t
  + Si existe significa que encontramos una solución para llegar a la ciudad x utilizando k tramos, por lo tanto insertamos dicha solución al listado M[k][x]:
    - tiempo\_total = O.tiempo\_total + t.horario\_llegada – O.tramo.horario\_llegada
    - Y la solución a insertar sería: Optimo( horario\_llegada=t.horario\_llegada, tramo=t, tiempo\_total=tiempo\_total)

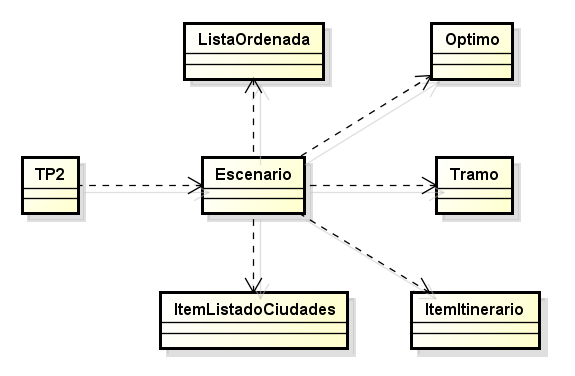
Búsqueda del óptimo [O(p)]

p: Cantidad de tramos

Una vez resuelta cada componente de M simplemente debemos buscar la solución que tiene horario de llegada más temprano y en caso de empate la que tenga menor duración.

Esto lo hacemos recorriendo los listados M[k][ciudad\_destino] para cada k desde 0 a (n-1). Donde n es la cantidad de ciudades y ciudad\_destino es la ciudad a donde se desea ir.

Diagrama de clases



Justificación de órdenes del lenguaje y librerías

El lenguaje utilizado para la implementación del trabajo práctico es python.

Los órdenes referentes a operaciones realizadas con las estructuras provistas por el lenguaje y librerías se obtuvieron a partir de la siguiente documentación (en todos los casos se trabajo con los casos pesimistas):

* Órdenes para estructuras de datos nativas:
  + <https://wiki.python.org/moin/TimeComplexity>
* Documentación de módulo estándar de colas de prioridad:
  + <https://docs.python.org/2/library/heapq.html>
* Documentación de módulo estándar para realizar búsquedas binarias e inserción ordenada:
  + <https://docs.python.org/2/library/bisect.html>

Código Fuente

Para acceder a la totalidad del código fuente puede clonar el siguiente repositorio: <https://github.com/sebasgoldberg/7529-tp2>

A continuación se incorpora el código fuente del trabajo práctico, y para ganar claridad y disminuir la cantidad de código se excluyeron los casos de prueba de cada módulo.

La mayoría de los métodos fueron documentados de forma de registrar el orden de los algoritmos implementados.

tp2.py

|  |
| --- |
| *#!/usr/bin/python* |
| *# coding=utf-8* |
|  |
| **from** escenario **import** Escenario |
| **import** sys |
|  |
| **class** **TP2**: |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, filepath): |
| """ |
| O(sum(max(ni,mi+ri)\*log(ni))) |
| i: Denota el escenario i |
| n: Cantidad de ciudades |
| m: Cantidad de trenes |
| r: Cantidad de ciudades visitadas por los m trenes |
| """ |
| self.escenarios **=** [] |
| **with** **open**(filepath) **as** f: |
| cantidad\_escenarios **=** **int**(f.readline().strip()) |
| *# O(sum(max(ni,mi+ri)\*log(ni)))* |
| **for** i **in** **xrange**(cantidad\_escenarios): |
| self.escenarios.append(Escenario(f)) *# O(max(n,m+r)\*log(n))* |
|  |
| **def** **resolver**(self): |
| """ |
| O(sum(max(ni\*pi\*log(pi) + pi\*\*2, ni\*\*2))) |
| i: Denota el escenario i |
| n: Cantidad de ciudades |
| p: Cantidad de tramos (p = r-n) |
| r: Cantidad de ciudades visitadas por los m trenes |
| m: Cantidad de trenes |
| """ |
| **for** escenario **in** self.escenarios: |
| escenario.resolver() *# O(max(n\*p\*log(p) + p\*\*2, n\*\*2))* |
|  |
| **def** **imprimir\_solucion**(self): |
| """ |
| O(sum(pi\*ni)) |
| i: Denota el escenario i |
| n: Cantidad de ciudades |
| p: Cantidad de tramos (p = r-n) |
| r: Cantidad de ciudades visitadas por los m trenes |
| m: Cantidad de trenes |
| """ |
| **for** i **in** **xrange**(**len**(self.escenarios)): |
| escenario **=** self.escenarios[i] |
| **print** 'Escenario %s' **%** (i**+**1) |
| escenario.imprimir\_solucion() *# O(p\*n)* |
| **print** |
|  |
|  |
|  |
| **def** **reporte\_tp2**(): |
| **for** filepath **in** sys.argv[1:]: |
| tp2 **=** TP2(filepath) |
| tp2.resolver() |
| tp2.imprimir\_solucion() |
|  |
|  |
| **if** \_\_name\_\_ **==** '\_\_main\_\_': |
| **if** **len**(sys.argv) **==** 1: |
| unittest.main() |
| **else**: |
| reporte\_tp2() |

escenario.py

|  |
| --- |
| *#!/usr/bin/python* |
| *# coding=utf-8* |
|  |
| **from** tramo **import** Tramo |
| **from** lista\_ordenada **import** ListaOrdenada, ElementoNoEncontrado |
| **from** optimo **import** Optimo |
| **from** horario **import** **\*** |
| **import** sys |
|  |
| **class** **OptimoNoEncontrado**(**Exception**): |
| **pass** |
|  |
|  |
| **class** **ItemItinerario**: |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, hora, ciudad): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| self.hora **=** hora |
| self.ciudad **=** ciudad |
|  |
| **def** **\_\_str\_\_**(self): |
| **return** '%s %s' **%** (self.hora, self.ciudad) |
|  |
| **def** **\_\_cmp\_\_**(self, other): |
| **if** self.hora **<** other.hora: |
| **return** **-**1 |
| **if** self.hora **>** other.hora: |
| **return** 1 |
| **if** self.ciudad **<** other.ciudad: |
| **return** **-**1 |
| **if** self.ciudad **>** other.ciudad: |
| **return** 1 |
| **return** 0 |
|  |
|  |
| **class** **ItemListadoCiudades**: |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, nombre, id): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| self.nombre **=** nombre |
| self.id **=** **id** |
|  |
| **def** **\_\_cmp\_\_**(self, other): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| **if** self.nombre **<** other.nombre: |
| **return** **-**1 |
| **if** self.nombre **>** other.nombre: |
| **return** 1 |
| **return** 0 |
|  |
| **def** **\_\_str\_\_**(self): |
| **return** '(%s, %s)' **%** (self.nombre, self.id) |
|  |
|  |
| **class** **Escenario**: |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, f**=None**): |
| """ |
| O(max(n,m+r)\*log(n)) |
| n: Cantidad de ciudades |
| m: Cantidad de trenes |
| ri: Cantidad de ciudades que visita el tren i |
| r: Cantidad de ciudades visitadas por los m trenes |
| """ |
|  |
| self.ciudades **=** [] *# O(1)* |
| self.id\_por\_ciudad **=** ListaOrdenada() *# O(1)* |
| self.tramos\_por\_ciudad\_destino **=** [] *# O(1)* |
|  |
| **if** f **is** **None**: |
| **return** |
|  |
| cantidad\_ciudades **=** **int**(f.readline().strip()) *# O(1)* |
| *# O(n\*log(n))* |
| **for** i **in** **xrange**(cantidad\_ciudades): *# n* |
| ciudad **=** f.readline().strip() *# O(1)* |
| self.add\_ciudad(ciudad) *# O(log(n))* |
|  |
| cantidad\_trenes **=** **int**(f.readline().strip()) *# O(1)* |
|  |
| *# O(m\*log(n) + sum(ri\*log(n))) = O(m\*log(n)+r\*log(n)) = O((m+r)\*log(n))* |
| **for** tren **in** **xrange**(cantidad\_trenes): *# m* |
| cantidad\_ciudades\_tren **=** **int**(f.readline().strip()) *# O(1)* |
| horario\_salida, ciudad\_origen **=** f.readline().strip().split(' ', 1) *# O(1)* |
| horario\_salida **=** normalizar\_horario(horario\_salida) *# O(1)* |
| ciudad\_origen **=** self.get\_id\_ciudad(ciudad\_origen) *# O(log(n))* |
| **for** i **in** **xrange**(cantidad\_ciudades\_tren**-**1): *# ri* |
| horario\_llegada, ciudad\_destino **=** f.readline().strip().split(' ', 1) *# O(1)* |
| horario\_llegada **=** normalizar\_horario(horario\_llegada) *# O(1)* |
| ciudad\_destino **=** self.get\_id\_ciudad(ciudad\_destino) *# O(log(n))* |
| self.add\_tramo(tren, ciudad\_origen, ciudad\_destino, |
| horario\_salida, horario\_llegada) |
| horario\_salida, ciudad\_origen **=** horario\_llegada, ciudad\_destino *# O(1)* |
|  |
| self.set\_condiciones\_iniciales( |
| horario\_inicial **=** normalizar\_horario(f.readline().strip()), *# O(1)* |
| ciudad\_origen **=** self.get\_id\_ciudad(f.readline().strip()), *# O(log(n))* |
| ciudad\_destino **=** self.get\_id\_ciudad(f.readline().strip()) *# O(log(n))* |
| ) |
|  |
| **def** **add\_ciudad**(self, ciudad): |
| """ |
| O(log(n)) |
| """ |
| self.id\_por\_ciudad.insert(ItemListadoCiudades(ciudad, **len**(self.ciudades))) *# O(log(n))* |
| self.ciudades.append(ciudad) *# O(1)* |
| self.tramos\_por\_ciudad\_destino.append([]) *# O(1)* |
|  |
| **def** **add\_tramo**(self, tren, ciudad\_origen, ciudad\_destino, |
| horario\_salida, horario\_llegada): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| self.tramos\_por\_ciudad\_destino[ciudad\_destino].append( |
| Tramo(tren,ciudad\_origen, ciudad\_destino, |
| horario\_salida, horario\_llegada)) *# O(1)* |
|  |
| **def** **add\_tramo\_from\_nombre\_ciudades**(self, tren, ciudad\_origen, ciudad\_destino, |
| horario\_salida, horario\_llegada): |
| """ |
| O(log(n)) |
| """ |
| ciudad\_origen **=** self.get\_id\_ciudad(ciudad\_origen) *# O(log(n))* |
| ciudad\_destino **=** self.get\_id\_ciudad(ciudad\_destino) *# O(log(n))* |
| self.tramos\_por\_ciudad\_destino[ciudad\_destino].append( |
| Tramo(tren,ciudad\_origen, ciudad\_destino, |
| horario\_salida, horario\_llegada)) *# O(1)* |
|  |
| **def** **set\_condiciones\_iniciales**(self, horario\_inicial, ciudad\_origen, ciudad\_destino): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| self.horario\_inicial **=** horario\_inicial |
| self.ciudad\_origen **=** ciudad\_origen |
| self.ciudad\_destino **=** ciudad\_destino |
|  |
| **def** **get\_id\_ciudad**(self, ciudad): |
| """ |
| O(log(n)) |
| """ |
| **return** self.id\_por\_ciudad.get\_item(ItemListadoCiudades(ciudad,**None**)).id |
|  |
| **def** **get\_tramos\_a\_ciudad**(self, id\_ciudad\_destino): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| **return** self.tramos\_por\_ciudad\_destino[id\_ciudad\_destino] |
|  |
| **def** **resolver**(self): |
| """ |
| O(max(n\*p\*log(p) + p\*\*2, n\*\*2)) |
| n: Cantidad de ciudades |
| p: Cantidad de tramos (p = r-n) |
| r: Cantidad de ciudades visitadas por los m trenes |
| self.solucion es una matriz donde la primer componente es la cantidad |
| máxima de tramos necesarios para llegar a una ciudad, la segunda |
| componente es la ciudad destino, y la tercera es la solucion optima |
| para un determinado horario de llegada. |
| """ |
|  |
| self.solucion **=** [] *# O(1)* |
|  |
| *# O(n\*\*2)* |
| **for** k **in** **xrange**(**len**(self.ciudades)): *# n* |
| self.solucion.append([]) *# O(1)* |
| **for** ciudad **in** **xrange**(**len**(self.ciudades)): *# n* |
| self.solucion[k].append(ListaOrdenada(permitir\_repetidos**=True**)) *# O(1)* |
|  |
| *# O(1)* |
| self.solucion[0][self.ciudad\_origen].insert(Optimo( |
| self.horario\_inicial, Tramo(**None**, self.ciudad\_origen, |
| self.ciudad\_origen, self.horario\_inicial, |
| self.horario\_inicial), 0)) |
|  |
|  |
| *# O(sum(p\*log(p)) + sum(pj\*p)) = O(n\*p\*log(p) + p\*\*2)* |
| **for** k **in** **xrange**(1,**len**(self.ciudades)): *# n-1* |
| *# O(sum(pj\*log(pj)) + sum(sum(pi))) = O(p\*log(p)+ pj\*p)* |
| **for** ciudad **in** **xrange**(**len**(self.ciudades)): *# n* |
| *# O(pj\*(log(pj) + sum(log(pi))), donde pi son los tramos que llegan a cada ciudad i que llega a j.* |
| **for** tramo **in** self.get\_tramos\_a\_ciudad(ciudad): *# pj (los tramos que llegan a la ciudad j)* |
| **try**: |
| """ |
| O(log(si)) (si cantidad de soluciones para la ciudad i en k-1 tramos, |
| si <= pi ya que habra como máximo tantas soluciones hacia i como tramos |
| lleguen a i (ver insert más abajo)) |
| Se obtiene la solucion más cercana al horario de salida desde la |
| ciudad origen a la destino en k-1 tramos. |
| """ |
| optimoAnterior **=** self.solucion[k**-**1][tramo.ciudad\_origen].get\_anterior\_mas\_cercano( |
| Optimo(tramo.horario\_salida, **None**, **None**)) |
| **except** ElementoNoEncontrado: |
| **continue** |
| tiempo\_total **=** optimoAnterior.tiempo\_total **+** (tramo.horario\_llegada **-** |
| optimoAnterior.tramo.horario\_llegada) *# O(1)* |
| self.solucion[k][ciudad].insert( |
| Optimo(tramo.horario\_llegada, |
| tramo, tiempo\_total, optimoAnterior)) *# O(log(sj)) = O(log(pj))* |
|  |
| self.optimos **=** [] *# O(1)* |
| tiempo\_total\_optimo **=** **None** *# O(1)* |
| horario\_llegada\_optimo **=** **None** |
| *# O(sum(pj)) = O(p)* |
| **for** k **in** **xrange**(**len**(self.ciudades)): *# n* |
| **for** solucion **in** self.solucion[k][self.ciudad\_destino].iteritems(): *# sj = pj* |
| **if** horario\_llegada\_optimo **is** **None**: *# O(1)* |
| self.optimos **=** [solucion] *# O(1)* |
| tiempo\_total\_optimo **=** solucion.tiempo\_total *# O(1)* |
| horario\_llegada\_optimo **=** solucion.horario\_llegada |
| **elif** solucion.horario\_llegada **<** horario\_llegada\_optimo: |
| self.optimos **=** [solucion] *# O(1)* |
| tiempo\_total\_optimo **=** solucion.tiempo\_total *# O(1)* |
| horario\_llegada\_optimo **=** solucion.horario\_llegada |
| **elif** solucion.horario\_llegada **==** horario\_llegada\_optimo: |
| **if** solucion.tiempo\_total **==** tiempo\_total\_optimo: *# O(1)* |
| self.optimos.append(solucion) *# O(1)* |
| **elif** solucion.tiempo\_total **<** tiempo\_total\_optimo: *# O(1)* |
| self.optimos **=** [solucion] *# O(1)* |
| tiempo\_total\_optimo **=** solucion.tiempo\_total *# O(1)* |
|  |
| **def** **get\_itinerarios\_optimos**(self): |
| """ |
| O(p\*n) |
| """ |
| itinerarios **=** [] *# O(1)* |
| **if** **len**(self.optimos) **==** 0: *# O(1)* |
| **return** itinerarios *# O(1)* |
| *# O(p\*n)* |
| **for** optimo **in** self.optimos: *# p* |
| itinerario **=** [] *# O(1)* |
| solucion **=** [] *# O(1)* |
| **while** optimo.optimoAnterior **is** **not** **None**: *# n* |
| solucion.insert(0,optimo) *# O(1)* |
| optimo **=** optimo.optimoAnterior *# O(1)* |
| itinerario.append(ItemItinerario( |
| format\_horario(solucion[0].tramo.horario\_salida), |
| self.ciudades[solucion[0].tramo.ciudad\_origen])) *# O(1)* |
| **for** optimo **in** solucion[:**-**1]: *# n* |
| itinerario.append(ItemItinerario( |
| format\_horario(optimo.tramo.horario\_llegada), |
| self.ciudades[optimo.tramo.ciudad\_destino])) *# O(1)* |
| itinerario.append(ItemItinerario( |
| format\_horario(solucion[**-**1].tramo.horario\_llegada), |
| self.ciudades[solucion[**-**1].tramo.ciudad\_destino])) *# O(1)* |
| itinerarios.append(itinerario) *# O(1)* |
| **return** itinerarios *# O(1)* |
|  |
|  |
| **def** **imprimir\_solucion**(self): |
| """ |
| O(p\*n) |
| """ |
| itinerarios **=** self.get\_itinerarios\_optimos() *# O(p\*n)* |
| **if** **len**(itinerarios) **==** 0: |
| **print** 'Sin combinaciones posibles' |
| **return** |
| **for** itinerario **in** itinerarios: |
| **print** 'Salida %s %s' **%** ( |
| itinerario[0].hora, itinerario[0].ciudad) |
| **for** item **in** itinerario[1:**-**1]: |
| **print** 'Trasbordo %s %s' **%** ( |
| item.hora, item.ciudad) |
| **print** 'Arribo %s %s' **%** ( |
| itinerario[**-**1].hora, itinerario[**-**1].ciudad) |

optimo.py

|  |
| --- |
| *#!/usr/bin/python* |
| *# coding=utf-8* |
|  |
| **class** **Optimo**: |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, horario\_llegada, tramo, tiempo\_total, optimoAnterior**=None**): |
| self.horario\_llegada **=** horario\_llegada |
| self.tramo **=** tramo |
| self.tiempo\_total **=** tiempo\_total |
| self.optimoAnterior **=** optimoAnterior |
|  |
| **def** **\_\_cmp\_\_**(self, other): |
| **if** self.horario\_llegada **>** other.horario\_llegada: |
| **return** 1 |
| **if** self.horario\_llegada **<** other.horario\_llegada: |
| **return** **-**1 |
| **return** 0 |
|  |
| **def** **\_\_str\_\_**(self): |
| **return** '%s [Total: %s]' **%** (self.tramo, self.tiempo\_total) |

tramo.py

|  |
| --- |
| *#!/usr/bin/python* |
| *# coding=utf-8* |
|  |
| **class** **Tramo**: |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, tren, ciudad\_origen, ciudad\_destino, |
| horario\_salida, horario\_llegada): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| self.tren **=** tren |
| self.ciudad\_origen **=** ciudad\_origen |
| self.ciudad\_destino **=** ciudad\_destino |
| self.horario\_salida **=** horario\_salida |
| self.horario\_llegada **=** horario\_llegada |
|  |
| **def** **\_\_str\_\_**(self): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| **return** '[Tren: %s] [Origen: %s] [Destino: %s] [Salida: %s] [Llegada: %s]' **%** ( |
| self.tren, self.ciudad\_origen, self.ciudad\_destino, |
| self.horario\_salida, self.horario\_llegada) |

lista\_ordenada.py

|  |
| --- |
| *#!/usr/bin/python* |
| *# coding=utf-8* |
|  |
| **import** bisect |
|  |
| **class** **ElementoNoEncontrado**(**Exception**): |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, elemento): |
| **Exception**.**\_\_init\_\_**(self, |
| "El elemento %s no se ha encontrado en la lista" **%** elemento) |
|  |
| **class** **ListaOrdenada**(): |
|  |
| **def** **\_\_init\_\_**(self, permitir\_repetidos**=False**): |
| self.lista **=** [] |
| self.permitir\_repetidos **=** permitir\_repetidos |
|  |
| **def** **iteritems**(self): |
| """ |
| O(1) |
| """ |
| **return** **iter**(self.lista) |
|  |
| **def** **insert**(self, node): |
| """ |
| O(n\*log(n)) |
| """ |
| i **=** bisect.bisect\_left(self.lista, node) |
| **if** **not** self.permitir\_repetidos: |
| **if** i <> **len**(self.lista) **and** self.lista[i] **==** node: |
| **raise** **Exception**('El nodo %s ya existe en la lista.' **%** node) |
| **return** self.lista.insert(i, node) |
|  |
| **def** **has**(self, node): |
| """ |
| O(log(n)) |
| """ |
| i **=** bisect.bisect\_left(self.lista, node) |
| **if** i <> **len**(self.lista) **and** self.lista[i] **==** node: |
| **return** **True** |
| **return** **False** |
|  |
| **def** **get\_item**(self, item): |
| """ |
| O(log(n)) |
| """ |
| i **=** bisect.bisect\_left(self.lista, item) |
| **if** i <> **len**(self.lista) **and** self.lista[i] **==** item: |
| **return** self.lista[i] |
| **raise** ElementoNoEncontrado(item) |
|  |
|  |
| **def** **get\_anterior\_mas\_cercano**(self, x): |
| """ |
| O(log(n)) |
| """ |
| **if** **len**(self.lista) **==** 0: |
| **raise** ElementoNoEncontrado(x) |
| i **=** bisect.bisect\_left(self.lista, x) |
| **if** i **==** **len**(self.lista): |
| **return** self.lista[i**-**1] |
| **if** self.lista[i] **==** x: |
| **return** self.lista[i] |
| **if** (i**-**1) **>=** 0: |
| **return** self.lista[i**-**1] |
| **raise** ElementoNoEncontrado(x) |
|  |
|  |
| **def** **intersection**(self, other): |
| """ |
| O(len(self.lista)+len(other.lista)) = O(n1+n2) |
| """ |
| len\_self **=** **len**(self.lista) |
| len\_other **=** **len**(other.lista) |
| i\_self **=** 0 |
| i\_other **=** 0 |
| intersection **=** [] |
|  |
| **while** i\_self **<** len\_self **and** i\_other **<** len\_other: |
| x\_self **=** self.lista[i\_self] |
| x\_other **=** other.lista[i\_other] |
|  |
| **if** x\_self **<** x\_other: |
| i\_self **+=** 1 |
| **elif** x\_self **>** x\_other: |
| i\_other **+=** 1 |
| **else**: |
| intersection.append(x\_self) |
| i\_self **+=** 1 |
| i\_other **+=** 1 |
|  |
| **return** intersection |